

UTSUNOMIYA UNIVERSITY

Excelで学ぶ振動基礎(7時間)

第7講 非線形振動ほか

宇都宮大学大学院工学研究科
機械知能工学専攻 吉田 勝俊

※教材のダウンロード
→ <http://edu.katzlab.jp/lec/vib7h/>

UTSUNOMIYA UNIVERSITY

学習目標

- 非線形振動(ガタ系を例に)
 - 初期値依存性(異なる初期値→異なる状態)
 - 跳躍現象と履歴現象
- 連成振動
 - 動吸振器

2

UTSUNOMIYA UNIVERSITY

運動方程式が1次式で書けない系の振動

非線形振動

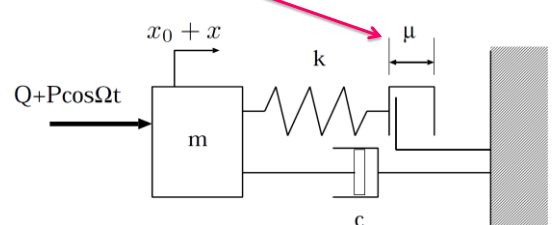
3

UTSUNOMIYA UNIVERSITY

ガタのある振動系

※参考文献(A)64頁

- 機械的なクリアランス(歯車, はめあい, etc)



$$\ddot{x} + c\dot{x} + kG(x_0 + x; \mu) = Q + P \cos \Omega t$$

4

UTSUNOMIYA UNIVERSITY

不感帯ばね特性(ガタのモデル)

■ 区分線形関数

$$G(x_0 + x; \mu) = \begin{cases} G_1(x_0 + x) = x_0 + x & (x_0 + x \geq 0) \\ G_2(x_0 + x) = 0 & (-\mu < x_0 + x < 0) \\ G_3(x_0 + x) = (x_0 + x) + \mu & (x_0 + x \leq -\mu) \end{cases}$$

5

UTSUNOMIYA UNIVERSITY

初期値依存性

- 非線形振動系には、同一のパラメータ条件下に、複数の定常状態が、共存しうる。
 - 線形振動系では、あるパラメータ条件で発生する定常状態は1つだけ。
- どの状態が選ばれるかは、初期値による。
 - この性質を「初期値依存性」という。
 - 線形振動系では、初期値により、過渡状態は変わるが、定常状態は変わらない。

6

UTSUNOMIYA UNIVERSITY

実習(vib7h_D1.xls)

課題
「変位 x の初期値」だけを変更し、定常応答の振幅を3種類求めよ。その値を記録せよ。
※計算誤差で値は若干ばらつく

なんだか実験の再現性が悪い?!
→ 《初期値依存性》+ 《確率変動》が原因の1つ

7

UTSUNOMIYA UNIVERSITY

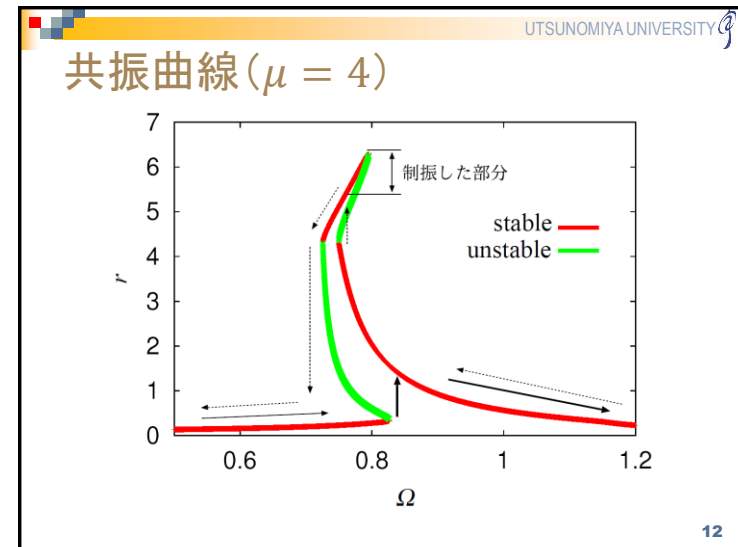
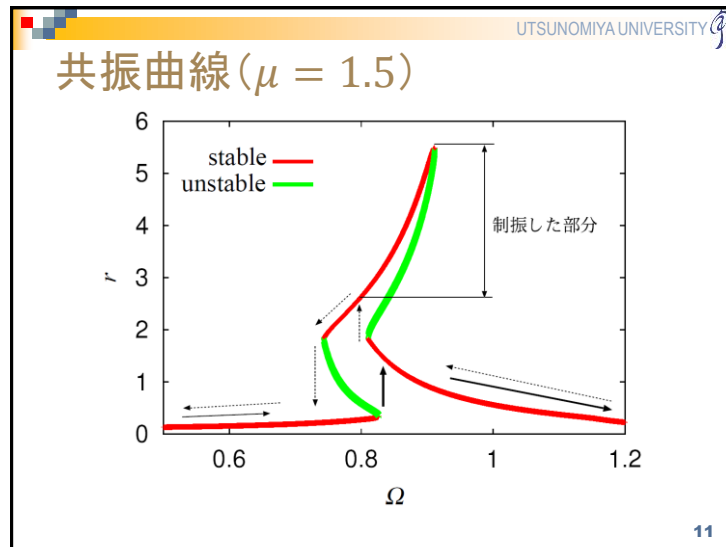
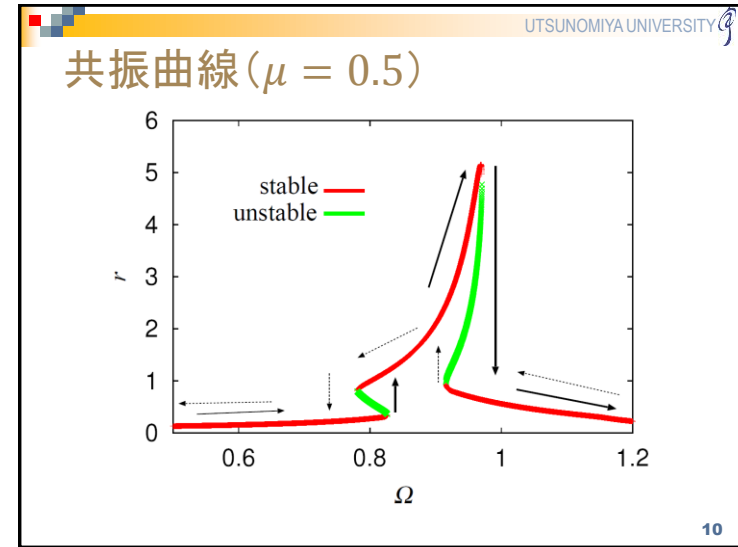
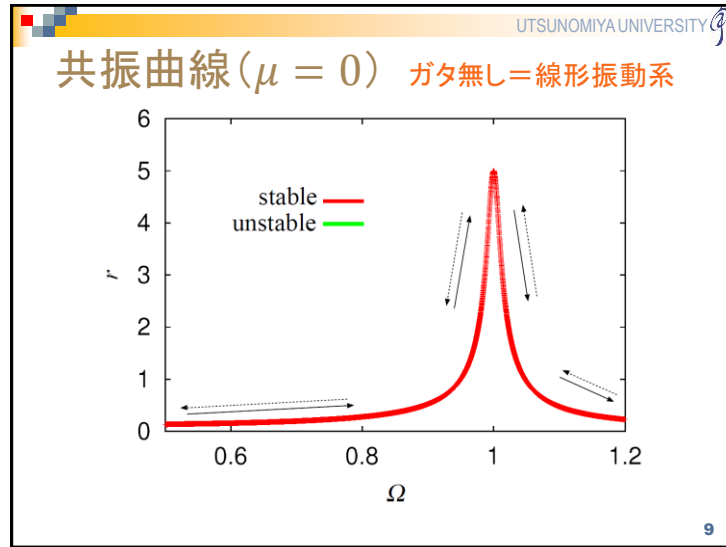
ガタ系の周波数応答

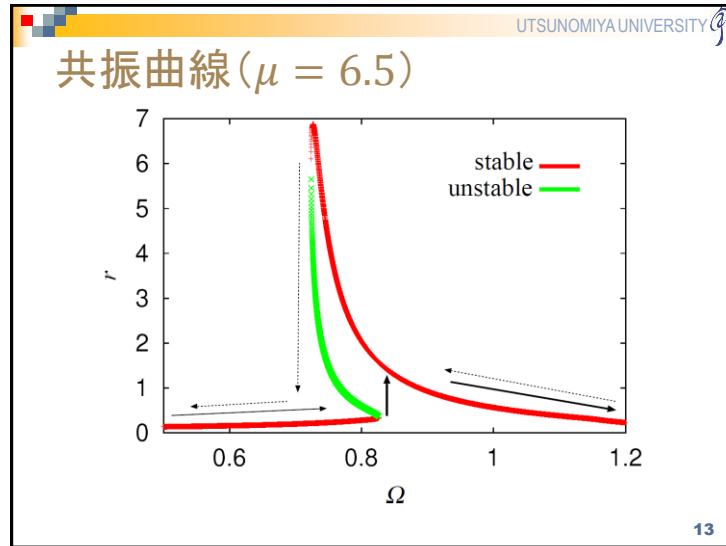
※参考文献(D)

- 平均法による非線形解析
- 吉田研究室(卒研)での計算例
- パラメータ条件

減衰係数 c	0.02
ばね定数 k	1.0
一定外力 Q	0.3
周期外力の振幅 P	0.1
一定外力 Q による初期変位 x_0	0.3

8





「非線形振動など」のまとめ

- 動吸振器
 - 振動系の連結により、片方の共振をほぼ消せる。
- 非線形振動
 - 初期値のわずかな変化で、異なる状態が現れる。
 - これを「初期値依存性」という。
 - 《初期値依存性》+《確率変動》で、実験の再現性は容易に悪化する。
 - 初期値依存性は、極めて複雑になりうる。
 - 有限精度の制作や運転において、どの定常状態が実現するかは、予測困難になりうる。

14

連成振動と動吸振

15

動吸振器

※参考文献(B)241頁

- 振動系(主系)に動吸振器(小さな振動系)を連結
- 動吸振器の質量 μ , ばね定数 k_μ , 減衰係数 c_μ を調整。

→ 主系の共振がほぼ消える

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -kx - c\dot{x} - k_\mu(x - y) - c_\mu(\dot{x} - \dot{y}) + f(t) \\ \mu\ddot{y} = k_\mu(x - y) + c_\mu(\dot{x} - \dot{y}) \end{cases}$$

16

