

れは、 $t-1$ 期、 t 期、 $t+1$ 期の資本ストックの関数となり、それだけでは $t+1$ 期の資本ストックを t 期の資本ストック量で定める動学方程式が決まらないのです (図9)。動学方程式を求めるには追加的条件 (横断性条件) が必要なのです。動学方程式が明示的に求まらないにも関わらず、循環したり、単調であるという性質を証明しようとするのが難しいのです。一方、他のモデルでは一階の条件が t 期と $t+1$ 期

$$\frac{\partial v(k_t, k_{t+1})}{\partial k_{t+1}} + \frac{\rho \partial v(k_{t+1}, k_{t+2})}{\partial k_{t+1}} = 0$$

オイラー方程式は上記の形の式となり、 k_t, k_{t+1}, k_{t+2} の関数となる。 ρ は 1 より小さい正数で、1 期後の効用を割り引いて評価するためのウエイト。これだけからは動学方程式 $k_{t+1} = h(k_t)$ が決まらない。

図9 オイラー方程式

の資本ストックにのみ依存するので、 t 期の資本ストックの量を $t+1$ 期の資本ストック量に関係付ける動学方程式が導かれます。したがって、効用関数や生産関数に仮定をして、動学方程式が特定の性質を持つようにするのは容易なのです。もし、収穫通増部分がなければ、オイラー方程式をみたす経路のうち、追加的条件 (横断性条件) をみたすものだけが最適解です。しかし、それがわかって、追加的条件をもちいたとしても、オイラー方程式を解いて具体的に最適解や動学方程式を求めることはできません。最も単純なケースでは、具体的に解を求めることをしなくとも最適解の性質がわかり、図5のような、単調性と安定性が証明できます。収穫通増が入ってくると、このような単純なケースにおいてすら、横断性条件をみたすオイラー方程式のみたす解が最適とは限らなくなり、難しくなるのです。

景気循環の証明

1980年から、私は南カリフォルニア大学に移り、今度は離散時間モデルで、循環が生ずるケースの研究を始めました。

単調性や安定性などの単純な解のふるまいを証明する場合は、より一般的な状況の下で証明することに意味があり、一方、解が複雑にふるまうことを証明する場合は、出来るだけ従来と同じ収穫通減の仮定を維持しながら、証明することに意味がある。したがって、循環をより良く説明する理論は、出来得るなら収穫通減の世界、すなわち新古典派理論の枠組みの中で、作られるべきであるというのが私の考えでした。

ところが、従来の経済モデルから導かれる結果の多くは、市場メカニズムがうまく働く限りは、安定的な動学経路が得られるというものです。非線形モデルを用いてはいたけれど、線形モデルで近似でき経済予測も可能なモデルであったのです。しかし、現実には景気は変動し、好況と不況を繰り返しています。これに対する経済学者の立場は、いくつかに分れました。1つは、景気の変動は経済外的要因に左右されるというものです。太陽黒点の変動、気象や戦争などが経済外的要因の例である。更にすすめて、そのような経済外的要因がなければ、政府の政策の誤りのみが不況をもたらす、政府は貨幣供給量の伸び率を一定に制御するだけにして、市場に介入することをしなければ、ほぼ安定した成長ができるというのです。これは、合理的期待学派あるいは新マネタリストの見解です。一方、経済外的要因がないとしても、やはり市場にまかせるだけではなく、政府が好況期にインフレを抑え、不況期に需要を喚起するという積極的な経済政策を行わなければならないという立場もあります。これは、ケインジアンの見解です。

私の疑問は、何故景気変動することが悪いことなのかということです。好況があれば不況が

あり、不況があれば好況があるのは自然なことです。むしろ、不況があるから好況があり、好況があるから不況があると言わなければならないかもしれません。それにも関わらず、これまで数理経済学の結論は、安定な持続的成長をもたらすものばかりでした。とはいえ、景気循環が全く研究されなかったわけではありません。1930年代の大恐慌の後、経済学者は不況から脱出する処方箋かあるいは恐慌の原因を説明する理論のどちらかを模索していました。前者がケインズ経済学を生みだし、後者が景気循環理論を發展させたのです。政府の積極的な役割を重視するケインズ経済学は、今日まで大きな影響を与えてきました。一方、景気循環理論は、サミュエルソン、ヒックス、カルドア、グッドウィンを中心とする人々によって研究されましたが、1950年代を最後に忘れ去られていったのです。これには、1950年頃から先進国の経済が比較的安定し、大不況の不安がなくなったからという理由もあります。しかし、何より1950年代までの景気循環理論は、市場メカニズムがモデルに反映されない一般性を欠くモデルに基づいていたという理由が大きかったのです。一方、その後主流となる経済動力学理論では、市場メカニズムに基づいてはいたが、景気循環を説明することができていませんでした。したがって、景気の変動を起こすのは、経済以外の要因であるとされました。これは、**外生的景気循環理論**とよばれます。

景気循環は経済成長の1つの形態です。成長が止まればゼロ成長、不況が起こればマイナスの成長です。モデルを変えてしまえば循環が説明できることはわかっています。しかし、景気循環が生じるモデルは、経済成長モデルと同じものでなければなりません。

ベンハビブと私は、1979年に発表したホップ分岐の論文では4次元以上でなければ景気循環を説明できなかったのですが、今度は時間を離散的にとらえて、一階の条件が差分方程式体系で表されるモデルを使って、低い次元でも循環を説明できないかを考え始めました。1981年の夏に私が日本に帰国してから、連絡を取りながら研究を続けました。この新しい研究は、1981年の終わりまでには完成し、離散時間モデルでは、資本財が1種類であっても、2つ以上の産業からなる経済で景気循環を説明することに成功しました。複数の産業の生産関数を集計化して、経済全体で

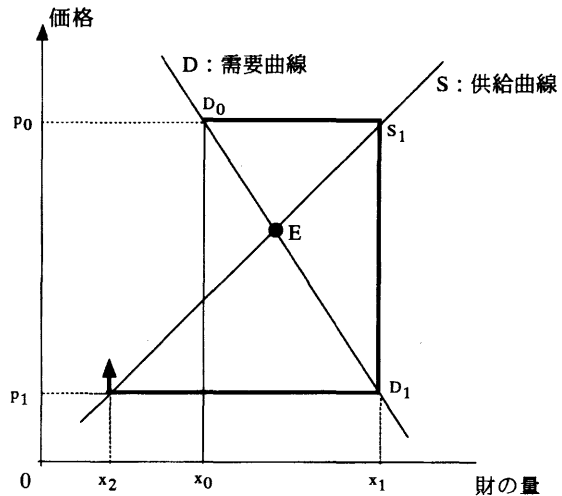


図10 クモの巣モデル

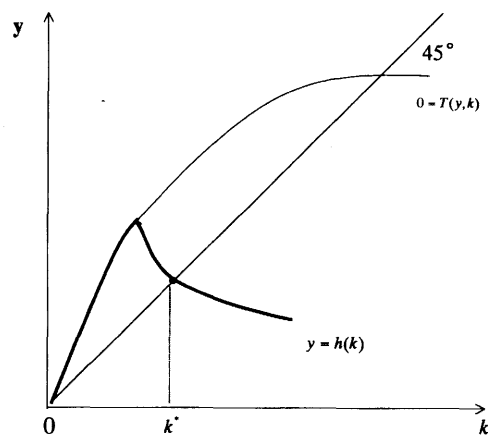


図11

の社会的生産関数を導出すると、変数間に強い非線形性が生じます。この非線形性が各部門の生産関数が収穫一定あるいは通減を示す新古典派型の関数であっても、**動学方程式が図11のような形になり循環が生じる要因となる**のです。従来のマクロ経済学で用いられてきた、ソロー型と呼ばれる集計的生産関数は、集計的とはよんでいても、集計化に伴って生じる非線形性を反映していなかったのが、循環を説明できなかったのです。ベンハビブとのこの論文で、経済の2部門のモデルに限るなら、各部門の資本・労働比率の大小、すなわち要素集約度によって、成長経路が単調であるか、循環するかが決まることが明らかになりました。このように、外的ショックがなくとも経済内の要因で生じる景気循環を**内生的景気循環**と呼びます。

実は、不均衡モデルであれば、循環を説明するのは更に簡単です。**図10はクモの巣モデル**と呼ばれ、農産物の価格形成の説明に使われる古典的な例です。これは需要曲線 D と供給曲線 S を用いて、市場で成立する価格の変動を説明するモデルの1つです。農産物は一旦生産されると、翌年までは保存が出来ない、そして、年に1回生産され、しかも一旦生産をされると、それを売り切る水準に市場価格が決まると仮定します。図の x_0 が今年の生産量とすると、それを売り切る価格は需要曲線状の点 D_0 の高さ p_0 となります。農家は、今年の価格 p_0 をみて、翌年の生産量を供給曲線上の点 S_1 で決めます。生産量は x_1 です。次の年に x_1 が生産されると、価格は、 x_1 を売り切るように需要曲線上の点 D_1 の高さで決まります。このようにして、価格も生産量も、循環するのです。クモの巣モデルが循環を起こすのは、均衡（需要曲線と供給曲線の交点）で価格と生産が決まらないということ、あるいは、即座に生産量を変えることができず、市場で成立する価格をみて決める次の生産量が実現するまでに時間がかかるということが原因です。前者をとらえると、不均衡モデルであるということになり、後者をとらえると、生産量の決定と実際に生産物が出来上がるまでにタイム・ラグがあるということになります。したがって、不均衡や生産のタイム・ラグによって、循環を説明できるのは明らかです。更に、異常気象や戦争など外生的ショックで景気変動するというのも明らかです。とはいえ、不均衡、外生的ショック、生産のタイム・ラグが原因で景気変動することを否定してはいけません。そのようなことが景気を変動させるのは事実であり、明白です。私の関心は、そのような要因をすべて取り去ったら、景気変動が消滅すると本当にいえるのかということであったのです。

更に、もう1つ、合理性の仮定です。新古典派理論では、企業や個人は合理的な行動をとると仮定します。もし、合理性の仮定をはずすと非合理的な行動は無数にあり、なんでも許されることとなります。したがって、非合理的なモデルでは周期解もカオスも何でもありとなります。合理性は、非合理性を測る尺度となりますが、非合理性は合理性を測る尺度となり得ません。同様に均衡は不均衡を測る尺度となりますが、不均衡は均衡を測る尺度となりません。これが非合理的な行動や不均衡の存在を必ずしも否定するわけではないのですが、それでも合理的な行動をする経済主体からなる経済の均衡モデルを研究することをより重要視する理由です。

ベンハビブとの先の論文は、1975年の「ジャーナル・オブ・エコノミック・セオリー」に掲載されました。同じ年に、フランスの数理経済学者グラモンが、最適モデルではないのですが、エコノメトリカに掲載した論文に、ホップ分岐とカオスを扱ったこともあり、経済学における非線形動学が盛んになってきました。経済学におけるカオスの応用ということでは、ベンハビブとデイによる1982年頃の論文も既にありました。しかし、無限期間の最適モデル以外では、図9のオイラー方程式に対応する一階の条件が、 k_t と k_{t+1} のみの関数となり、陰関数定理を用いるなら、 k_t の関数として、 k_{t+1} を導くことができ、動学方程式をカオスを生む関数となるようにするのは

比較的容易なのです。

1983年頃、ベンハビブがイタリアで我々の論文を発表した際に、会場に数学者モントルッキョは、この問題に関心をもち、ロチェスター大学の大学院で私の後輩になるボールドリンとの共同論文で、この問題を解きました。彼等の論文が掲載されたのは1986年のことです。

後になってから、私とデッカーとの論文と私とベンハビブとの論文の中で証明した結果は、ラティス理論の、それぞれがスーパー・モジュラー関数とサブ・モジュラー関数について、数学者トップキスが証明した結果から導かれることを知らされました。

上田 院亮先生との出会い

京都大学に赴任した1987年頃から、私と現在慶応義塾大学の矢野誠教授と共に、最適動学モデルにおけるカオスの研究を始めました。ボールドリンとモントルッキョに先を越されて、カオスの例はできていると言っても、どのような生産関数や効用関数の下でカオスが生じるかは未だ明らかでなかったからです。

ちょうどその頃、カオスのパイオニアとして著名な工学部電気の上田教授から、新しくスタートする学際的な国際的学術誌の Editorial Board を検討しているが、経済の分野で協力してほしいとのお話をうけたのです。

上田先生の関係で、日本におけるカオスの専門家である九州大学工学部の香田徹教授や、京都大学の数理解析研の高橋陽一郎教授と知り合うことができました。

その頃、突然に、ボールドリンが連絡をよこしました。国連大学で開かれている「カオスの衝撃」という学際的な国際シンポジウムに参加するために来日したとのこと。上田先生もこのコンファランスに参加されていて、お二人は親しくなったということでした。

その後、1992年の11月に、ロチェスター大学での私の後輩で明治学院大学の高橋青天教授が協力して下さり、非線形動学の国際シンポジウムを開催しました。ボールドリン、シェンクマンなど、当時アメリカのサンタフェ研究所と関係していた経済学者を含め、10人の外国人学者を招待しました。この時、上田教授には特別に講演をお願いして、カオスを発見した当時から論文が世に出るまでのお話を聞かせて頂いたものです。

この頃、私と矢野誠教授は、国際貿易市場で取引きをする複数の国の経済の間の景気循環の連動性を調べていました。市場を通じての相互依存がどのように、経済の複雑な動きをもたらすかを分析したのです。市場というネットワークによる複雑系の研究です。一方で、一国の最適動学モデルで、産業が2つある簡単な2部門経済モデルでのカオスの研究もしていました。前者は、1993年の「エコノミック・セオリー」、後者は1995年の「エコノメトリカ」に掲載されました。

4. 複雑系からポスト複雑系

1992年の12月には、東京大学とサンタフェ研究所の共同のシンポジウムがありました。当時の有馬郎人総長が企画したもので、生物、工学、物理、薬学から東大の教官が発表をしました。経済学では、当時の東大にはカオスの研究者がいないこともあり、私が発表し、私の報告へのコメントはサンタフェのブライアン・アーサーでした。このシンポジウムで私の前に発表したのが、東大の物理の金子邦彦教授で、その報告にはたいへん興味をもちました。当時はカオスの研究が中心だったのですが、先に矢野教授との1983年に発表した国際貿易市場での研究に加え、複雑系